

Межрегиональная олимпиада школьников
"Будущие исследователи - будущее науки"
2023-2024 уч.г.
г.Саров, Нижегородская обл.
Математика
9 класс.

№1(20). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 7, \\ xy + y^2 = 3. \end{cases}$$

№2(20). Найдите все действительные корни уравнения

$$|x - \sqrt{x} - 3| + |-x + \sqrt{x} + 7| = 6.$$

№3(20). Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 42кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 40% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 37% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором сосуде?

№4(20). Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$|x - 2| + a|x + 3| = 5$$

имеет ровно два корня. Найдите эти корни.

№5(20). Через середину диагонали KM прямоугольника $KLMN$ перпендикулярно этой диагонали проведена прямая, пересекающая стороны KL и MN в точках A и B соответственно. Известно, что $AB = BM = 6$. Найдите площадь прямоугольника $KLMN$.

Межрегиональная олимпиада школьников
"Будущие исследователи - будущее науки"
2023-2024 уч.г.
г.Саров, Нижегородская обл.
Математика
10 класс.

№1(20). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x^3}{y} + xy = 10, \\ \frac{y^3}{x} + xy = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

№2(20). Решите неравенство $\sqrt{\frac{1}{x^2 + 2x - 3}} \geq \frac{1}{4 - x}$.

№3(20). Две точки движутся по двум окружностям, радиусы которых относятся как 1 : 6. Найдите скорость движения каждой точки, если за 10 секунд точка, движущаяся по большей окружности, прошла на 2 м больше и сделала при этом в 5 раз меньше оборотов.

№4(20). Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$|x^2 + 2x| + |x^2 + 3x + 2| = x^2 + 4x + a$$

имеет ровно три различных корня.

№5(20). Две неперпендикулярные прямые пересекаются в точке A ; B и C — проекции точки M на эти прямые. Найдите угол между прямой BC и прямой, проходящей через середины отрезков AM и BC .

Межрегиональная олимпиада школьников
"Будущие исследователи - будущее науки"
2023-2024 уч.г.
г.Саров, Нижегородская обл.
Математика
11 класс.

№1(20). Решите уравнение

$$\log_3(3x^4 + 42) = 1 + \log_{\sqrt{3}} \sqrt{13x^2 + 2}$$

и найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5}{4}; 2\right]$.

№2(20). Решите неравенство

$$\frac{1}{2 - \sqrt{x^2 + 3x}} \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 7}}.$$

№3(20). Произведение первого и пятого членов геометрической прогрессии равно 12. Частное от деления второго члена на четвертый равно 3. Найдите второй член прогрессии.

№4(20). В трапеции $ABCD$ большее основание CD равно a , меньшее равно b . Окружность, проходящая через вершины A , B и C , касается стороны AD . Найдите диагональ AC .

№5(20). Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|y - 10| + |x + 3| - 2)(x^2 + y^2 - 6) = 0, \\ (x + 3)^2 + (y - 5)^2 = a. \end{cases}$$

имеет ровно три решения.